# 数列中的奇、偶项问题

[跟踪演练]

1.数列{*an*}的通项公式为*an*＝(－1)*n*－1·(4*n*－3)，则它的前100项之和*S*100等于(　　)

A.200 B.－200

C.400 D.－400

答案　B

解析　*S*100＝(4×1－3)－(4×2－3)＋(4×3－3)－…－(4×100－3)＝4×[(1－2)＋(3－4)＋…＋(99－100)]＝4×(－50)＝－200.

2.设*Sn*为数列{*an*}的前*n*项和，*Sn*＝(－1)*nan*－，*n*∈**N**\*.

(1)求*a*3；

(2)求*S*1＋*S*2＋…＋*S*100.

解　(1)令*n*＝4，则*S*4＝*a*4－，∴*S*3＝－.

令*n*＝3，则*S*3＝－*a*3－，

∴*a*3＝－*S*3－＝－.

(2)当*n*＝1时，*a*1＝－；

当*n*≥2时，

*an*＝*Sn*－*Sn*－1＝(－1)*n*·*an*－－(－1)*n*－1·*an*－1＋

＝(－1)*n*·*an*＋(－1)*n*·*an*－1＋，

即*an*＝(－1)*n*·*an*＋(－1)*n*·*an*－1＋.(\*)

①当*n*为偶数时，由\*式可得*an*－1＋＝0，

则*an*－1＝－，

∴*an*＝－，此时*n*为奇数.

②当*n*为奇数时，由\*式可得

*an*－1＝－2*an*＋＝－2·＋＝，

∴*an*＝，此时*n*为偶数.

综上所述，*an*＝

∴*S*1＋*S*2＋…＋*S*100＝(－*a*1＋*a*2)＋(－*a*3＋*a*4)＋…＋(－*a*99＋*a*100)－

＝2－

＝.

3.已知数列{*an*}满足*a*1＝1，*a*2＝，[3＋(－1)*n*]*an*＋2－2*an*＋2[(－1)*n*－1]＝0，*n*∈**N**\*.

(1)令*bn*＝*a*2*n*－1，判断{*bn*}是否为等差数列，并求数列{*bn*}的通项公式；

(2)记数列{*an*}的前2*n*项和为*T*2*n*，求*T*2*n*.

解　(1)因为[3＋(－1)*n*]*an*＋2－2*an*＋2[(－1)*n*－1]＝0，

所以[3＋(－1)2*n*－1]*a*2*n*＋1－2*a*2*n*－1＋2[(－1)2*n*－1－1]＝0，

即*a*2*n*＋1－*a*2*n*－1＝2，

又*bn*＝*a*2*n*－1，所以*bn*＋1－*bn*＝*a*2*n*＋1－*a*2*n*－1＝2，

所以{*bn*}是以*b*1＝*a*1＝1为首项，2为公差的等差数列.

所以*bn*＝1＋(*n*－1)×2＝2*n*－1，*n*∈**N**\*.

(2)对于[3＋(－1)*n*]*an*＋2－2*an*＋2[(－1)*n*－1]＝0，

当*n*为偶数时，可得(3＋1)*an*＋2－2*an*＋2(1－1)＝0，

即＝，所以*a*2，*a*4，*a*6，…是以*a*2＝为首项，为公比的等比数列；

当*n*为奇数时，可得(3－1)*an*＋2－2*an*＋2(－1－1)＝0，

即*an*＋2－*an*＝2，

所以*a*1，*a*3，*a*5，…是以*a*1＝1为首项，2为公差的等差数列，所以

*T*2*n*＝(*a*1＋*a*3＋…＋*a*2*n*－1)＋(*a*2＋*a*4＋…＋*a*2*n*)

＝＋

＝*n*2＋1－，*n*∈**N**\*.

4.(2021·辽宁联考)已知数列{*an*}为各项非零的等差数列，其前*n*项和为*Sn*，满足*S*2*n*－1＝*a*.

(1)求数列{*an*}的通项公式；

(2)记*bn*＝(－1)*n*，求数列{*bn*}的前*n*项和*Tn*.

解　(1)*S*2*n*－1＝＝*an*(2*n*－1)＝*a*，

∵*an*≠0，∴*an*＝2*n*－1(*n*∈**N**\*).

(2)*bn*＝(－1)*n*＝(－1)*n*

＝(－1)*n*，

当*n*为偶数时

*Tn*＝

＝＝，

当*n*为奇数时

*Tn*＝

＝＝.

所以*Tn*＝

5.已知数列{*an*}满足*an*＝

(1)问数列{*an*}是否为等差数列或等比数列？说明理由；

(2)求证：数列是等差数列，并求数列{*a*2*n*}的通项公式.

(1)解　由*a*1＝*a*＋＝*a*1＋⇒*a*1＝1，

*a*2＝2*a*＋＝2*a*1＋1＝3，

*a*3＝*a*＋＝*a*2＋＝5，

*a*4＝2*a*＋＝2*a*2＋2＝8.

∵*a*3－*a*2＝2，*a*4－*a*3＝3，∴*a*3－*a*2≠*a*4－*a*3，

∴数列{*an*}不是等差数列.

又∵＝3，＝，∴≠，

∴数列{*an*}也不是等比数列.

(2)证明　∵对任意正整数*n*，*a*2*n*＋1＝2*a*2*n*＋2*n*，

∴－＝，＝，

∴数列是首项为，公差为的等差数列，

从而对∀*n*∈**N**\*，＝＋，则*a*2*n*＝(*n*＋2)·2*n*－1.

∴数列{*a*2*n*}的通项公式是*a*2*n*＝(*n*＋2)·2*n*－1(*n*∈**N**\*).