附件 3

教学方案

<table>
<tr><td>单元</td><td colspan="3">数学抽象中的数列递推关系</td><td>单元课时</td><td>1 课时</td></tr>
<tr><td>主题</td><td>数学抽象中的数列递推关系</td><td>总课时</td><td>1 课时</td><td colspan="2">第　1 课时</td></tr>
<tr><td>背景分析</td><td colspan="5">在实际问题中，有很多问题如经济上涉及的利润、成本问题，人口数量研究中的增长率问题都与数列问题密切相关. 在此之前，学生已学习了数列的相关知识，能处理一些基本的等差、等比问题，但由于数学抽象能力、逻辑推理能力较弱，学生在处理一些与递推相关的实际问题时仍存在一定困难。
本节课的重难点是利用数列递推关系处理相关的实际应用问题。</td></tr>
<tr><td>教学目标</td><td colspan="5">1.能根据情境将实际应用问题转化为数列问题，并综合应用数列知识解决实际应用问题.
2.让学生经历提出问题—分析问题—解决问题—总结提升这一过程，提高学生数学抽象、逻辑推理和数学建模的能力。</td></tr>
<tr><td>评价设计</td><td colspan="5">1.能根据实际情境准确建立递推模型。
2.会根据数列知识解决递推模型。</td></tr>
<tr><td>学与教活动设计</td><td colspan="4">一、情境导入
【活动一】课前检测
（1）. 在《增删算法统宗》中有这样一则故事：“三百七十八里关，初行健步不为难；次日减一半，如此六日过其关.”则第一天走的路程为_________.
（2）. 我国古代数学著作《九章算术》有如下问题：“今有金箠，长五尺，斩本一尺，重四斤，斩末一尺，重二斤，问次一尺各重几何？”若该金箠从头到尾，每一尺的重量构成等差数列，则该金箠中间三尺总重量为_________.
（3）. 据统计测量，某养鱼场第一年鱼的产量增长率为 200%，以后每年的增长率为前一年的一半. 若饲养 5 年后，鱼的产量预计为原来的 t 倍. 下列选项中，与 t 值最接近的是(　　)
A. 11　　B. 13　　C. 15　　D. 17

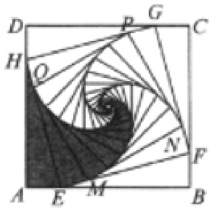
【活动二】回顾复习常见的几种递推公式的处理方式。
$(1).a_{n+1}-a_n=f(n)$
$(2).\frac{a_{n+1}}{a_n}=f(n)$
$(3).a_{n+1}=pa_n+q$

二、问题探究
【问题 1】数学中有各式各样富含诗意的曲线，螺旋线就是其中比较特别的一类. 螺旋线这个名词源于希腊文，它的原意是“旋卷”或“缠卷”. 小明对螺旋线有着浓厚的兴趣，连接嵌套的各个正方形的顶点就得到了近似于螺旋线的美丽图案，其具体作法是：在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中，作它的内接正方形 $EFGH$，且使得 $\angle BEF=\frac{\pi}{12}$；再作正方形 $EFGH$ 的内接正方形 $MNPQ$，且使得 $\angle FMN=\frac{\pi}{12}$；与之类似，依次进行，就形成了</td><td>让学生认识实际问题中常用的几种数列模型：等差模型、等比模型、递推模型

为后面的活动做好知识准备</td></tr>
</table>

阴影部分的图案，如图所示．设第 n 个正方形的边长为 a_n（其中第 1 个正方形 $ABCD$ 的边长为 $a_1=AB$，第 2 个正方形 $EFGH$ 的边长为 $a_2=EF$，⋯），第 n 个直角三角形（阴影部分）的面积为 S_n（其中第 1 个直角三角形 AEH 的面积为 S_1，第 2 个直角三角形 EQM 的面积为 S_2，⋯），则（　　）

允许学生同桌间交流合作完成，让学生初步体会数列递推关系的重要作用



A．数列 $\{a_n\}$ 是公比为 $\frac{2}{3}$ 的等比数列　　　B．$S_1=\frac{1}{12}$

C．数列 $\{S_n\}$ 是公比为 $\frac{4}{9}$ 的等比数列　　　D．数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和 $T_n<\frac{1}{4}$

问题引导：

(1)AB与BE、BF有何关系？

(2)a_{n+1}与a_n 有何关系？

解析：$a_n=a_{n+1}\left(\sin15°+\cos15°\right)=a_{n+1}\times\sqrt{2}\sin\left(15°+45°\right)=\frac{\sqrt{6}}{2}a_{n+1}$

【问题 2】如图所示，这是小朋友们喜欢玩的彩虹塔叠叠乐玩具，某数学兴趣小组利用该玩具制定如下玩法：在 2 号杆中自下而上串有由大到小的 $n\left(n\in N_+\right)$ 个彩虹圈，将 2 号杆中的彩虹圈全部移动到 1 号杆上，3 号杆可以作为过渡使用；每次只能移动一个彩虹圈，且无论在哪个杆上，小的彩虹圈必须放置在大的上方；将一个彩虹圈从一个杆移动到另一杆上记为移动 1 次，记 a_n 为 2 号杆中 n 个彩虹圈全部移动到 1 号杆所需要的最少移动次数，求 a_n 的表达式。

可先让学生自主思考，出现困难后问题逐步引导学生探究递推模型，难度较大，可采用小组讨论的模式，进一步强化在非等差等比问题中递推关系的重要性

问题引导：

(1)$\{a_n\}$是否为等差、等比数列？

(2)还有什么模型可供选择？

(3)递推关系如何？

解析：$a_{n+1}=a_n+1+a_n=2a_n+1$，$\Rightarrow a_n=2^n-1$

	变式训练： 为更好地解决就业问题，国家 2020 年提出了“地摊经济”.某摊主 2020 年 4 月初向银行借了免息贷款 8000 元,全部用于进货,因质优价廉,供不应求.据测算：每月利润是月初投入资金的 20%，每月底扣除生活费 800 元，余款作为资金全部用于下月进货，如此继续。 (1)从 2020 年 4 月开始，将每月底用于下月进货的资金依次记为 a1,a2,⋯,求{an}的通项公式; (2)预估到 2021 年 3 月底该摊主的年所得收入(1.211≈7.5,1.212≈9) 【问题 3】意大利著名数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现有这样一列数：1，1，2，3，5，8，13，⋯，后来人们为了纪念他，把这样一组数列称为“斐波那契数列”.已知数列$\{a_n\}$为“斐波那契数列”，且$a_{2022}=m$. （1）求$\{a_n\}$的前 2020 项和。 （2）求$a_1+a_3+a_5+\cdots a_{2021}$。 三、课堂小结：由学生自主回顾总结 四、课堂检测 甲、乙两人拿两颗质地均匀的骰子做抛掷游戏.规则如下：由一人同时掷两颗骰子，观察两颗骰子向上的点数之和，若两颗骰子的点数之和为两位数，则由原掷骰子的人继续掷；若掷出的点数之和不是两位数，就由对方接着掷.第一次由甲开始掷，设第 n 次由甲掷的概率为P_n，则（　　） A．$P_3=\frac{13}{18}$　　B．$P_{10}=\frac{1}{2}-\frac{2^8}{3^9}$　　C．$P_4=\frac{17}{54}$　　D．$P_n=-\frac{2}{3}P_{n-1}+\frac{17}{18}$	强化训练，体会 $a_{n+1}=pa_n+q$ 型递推关系的广泛应用 此问题为 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ 型递推关系，引导学生不要拘泥于固定模式，要根据递推形式和所求量灵活变形
备注		