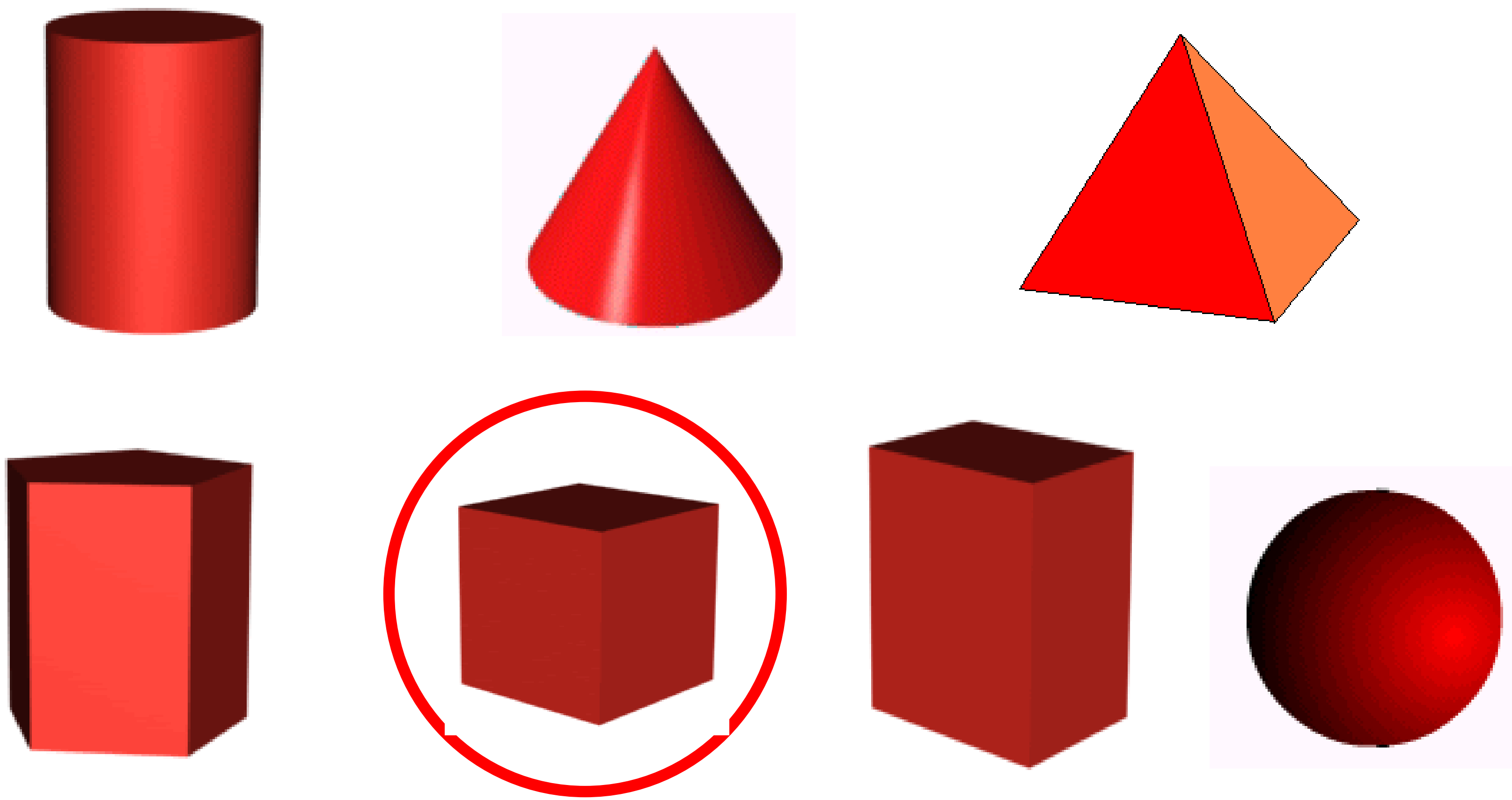
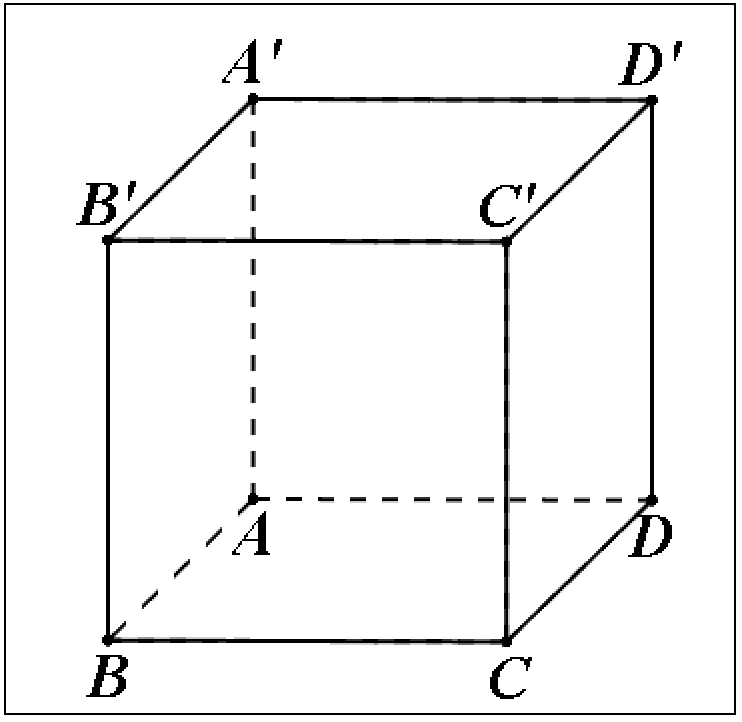
截一个几何体



正方体截面的形状

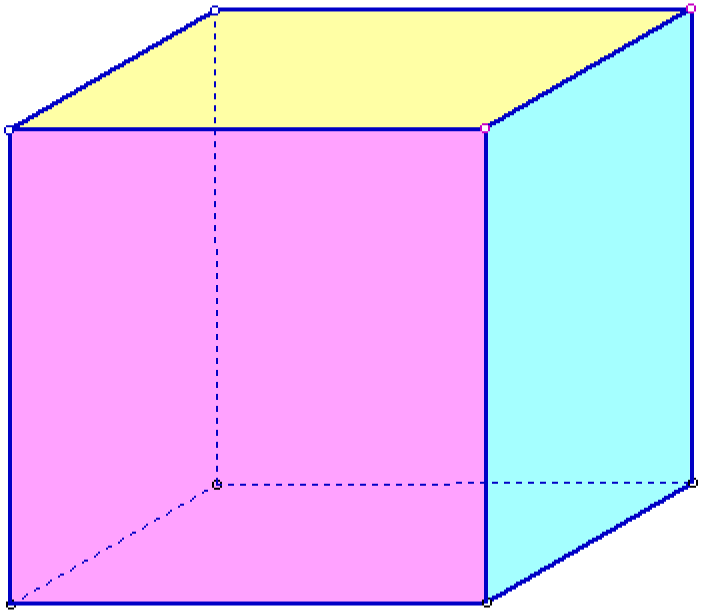


直观想象中的截面问题

-------第一课时正方体截面的形状

教学目标：
1,通过研究正方体的截面问题,进一步熟练掌握构造截面的理论基础和一般操作步骤
2.结合典型例题,熟练掌握正方体的截面问题的一般操作步骤.进而推广的一般的截面问题.
3,经历自主动手探究,探究用一个平面去截正方体,得到的截面的平面图形的所有可能,并画出直观图.进而掌握正方体截面问题的一般操作步骤,
4，培养学生数学抽象，直观想象，数学建模，逻辑推理的数学素养

一.认识正方体:



正方体:

8个顶点

6个面

12条棱

正方体的截面

截面

思考：用一个平面截一个正方体，截面可能是什么形状？

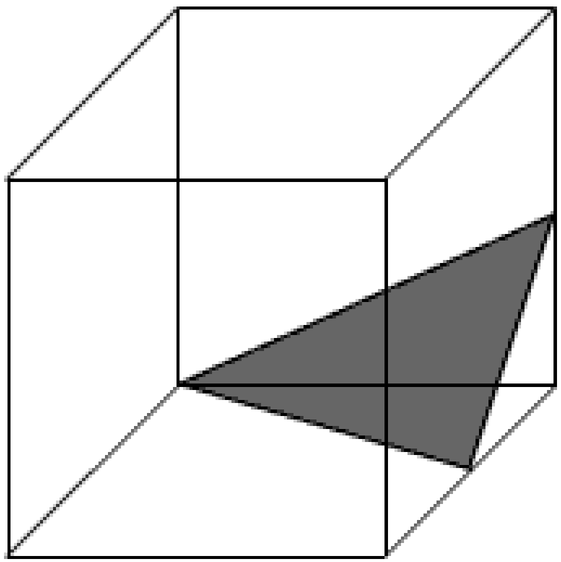
截面定义：用一个平面去截几何体，得到一个平面图形，这个平面图形叫做截面.

演示实验1：用一个平面截一个正方体，截面是三角形.

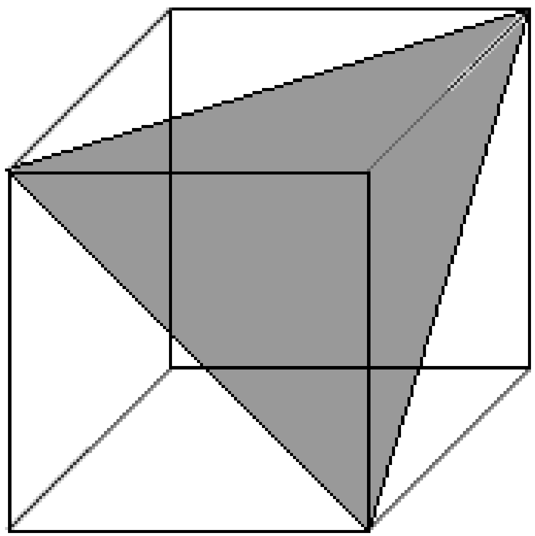
二. 如果截面是三角形, 可以截得什么形状的三角形?

三 角 形 截 面:

等腰三角形:



正三角形:



三.合作探究：

1.如果截面是四边形,可以截出什么形状的四边形?

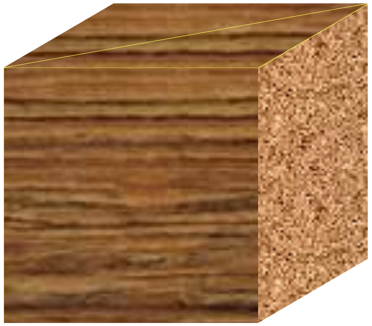
2.能截出五边形，六边形吗?

3.能截出七边形吗?

4.截面多边形的边数最多有几条?

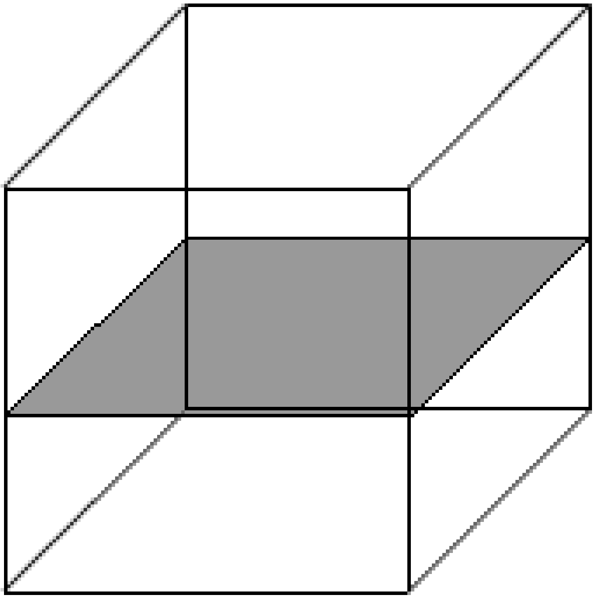
演示实验2：用一个平面截一个正方体，截面是正方形.

演示实验3：用一个平面截一个正方体，截面是长方形.

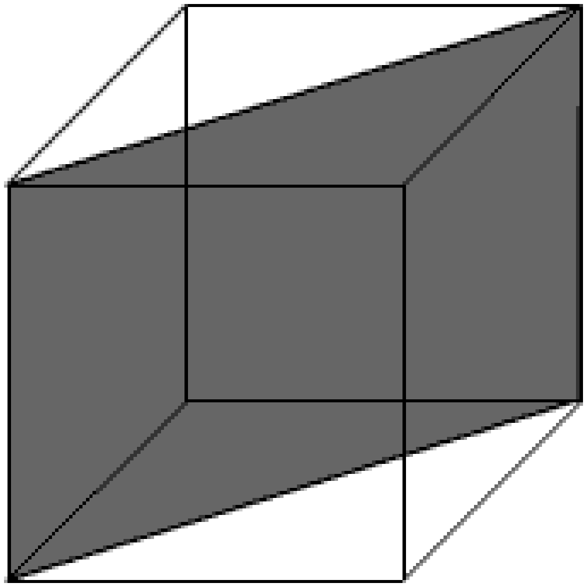


四 边 形 截 面：

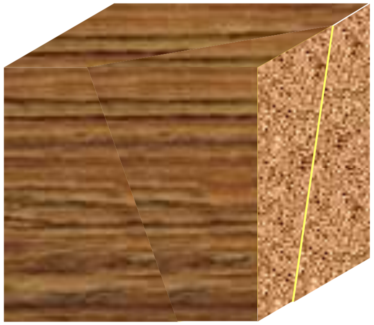
正 方 形：

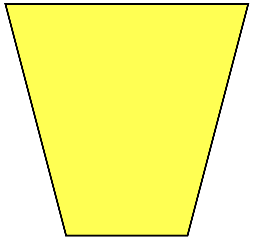


矩形：

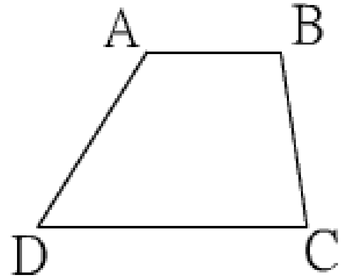


演示实验4：用一个平面截一个正方体，截面是**梯形**.

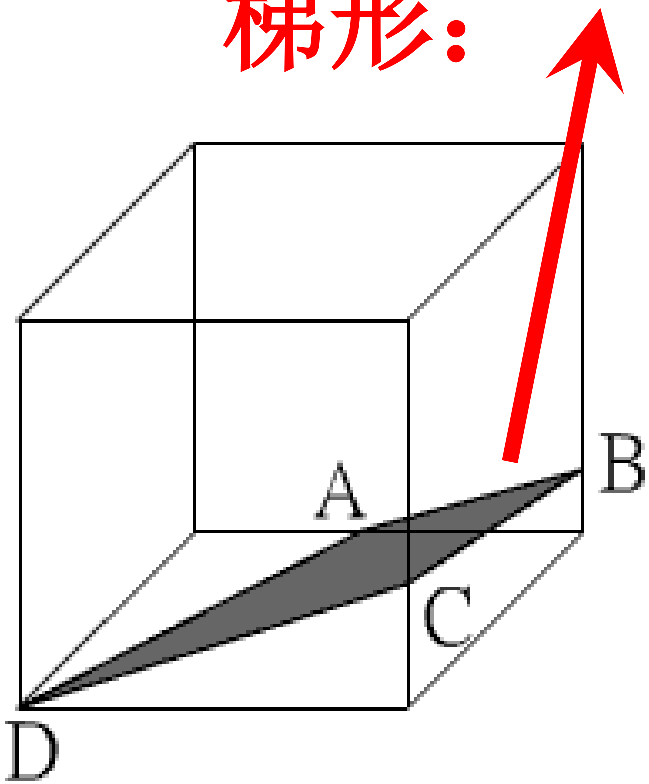




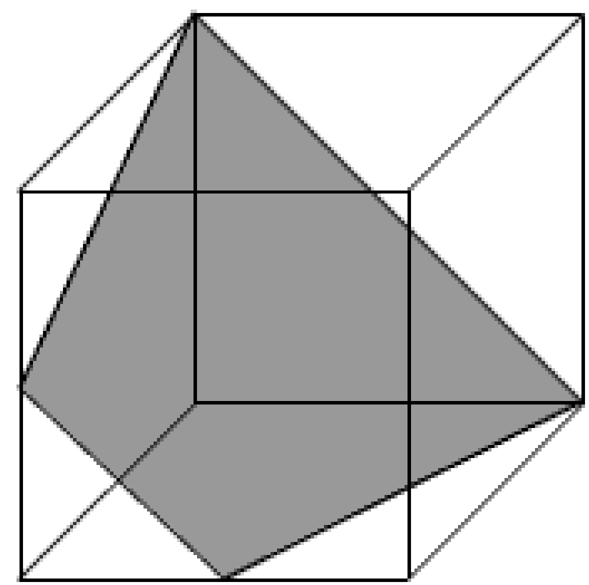
四边形截面：



梯形：

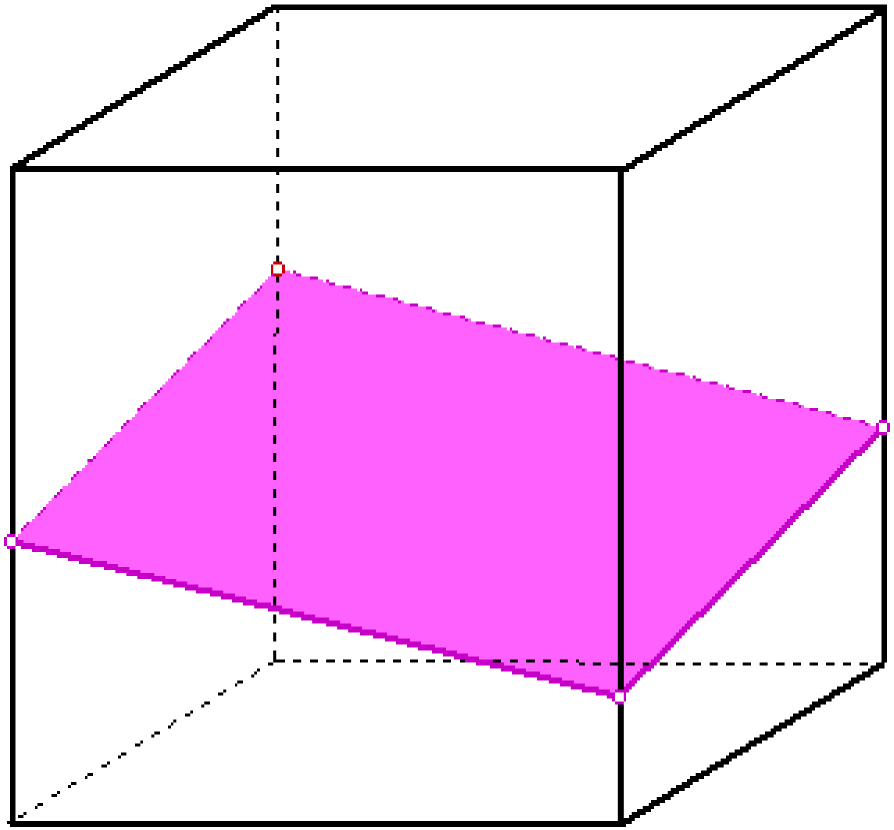


等腰梯形：



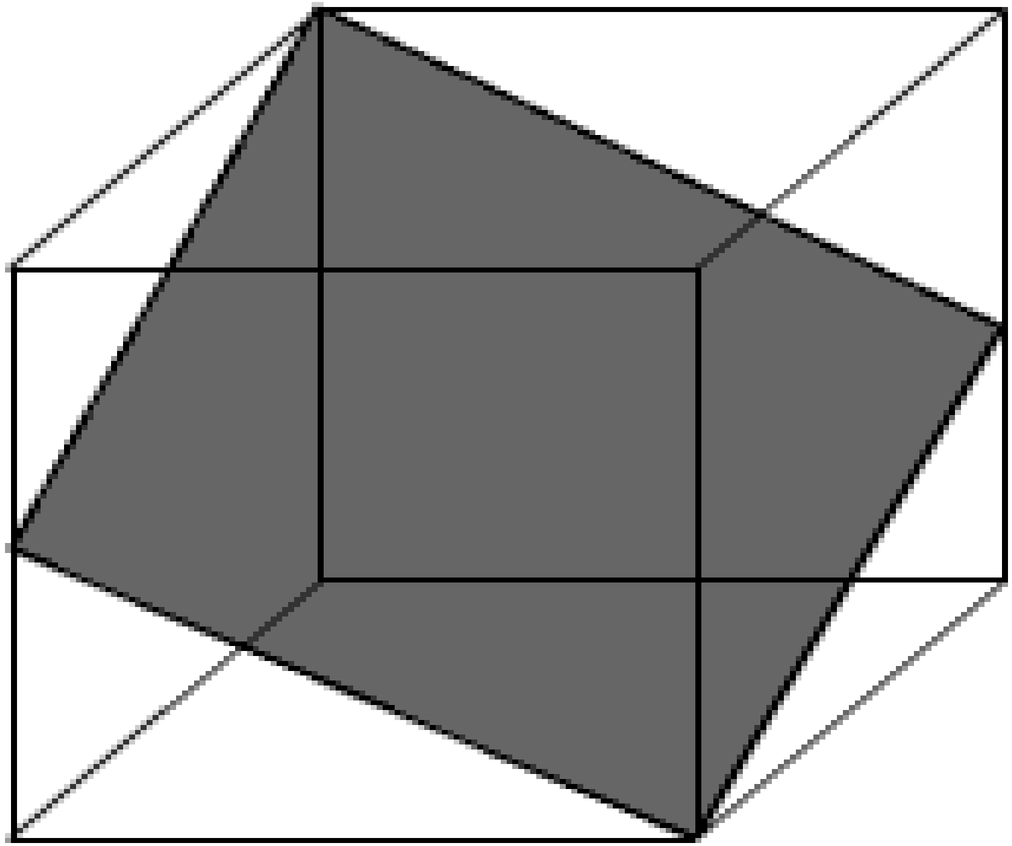
四边形截面：

平行四边形

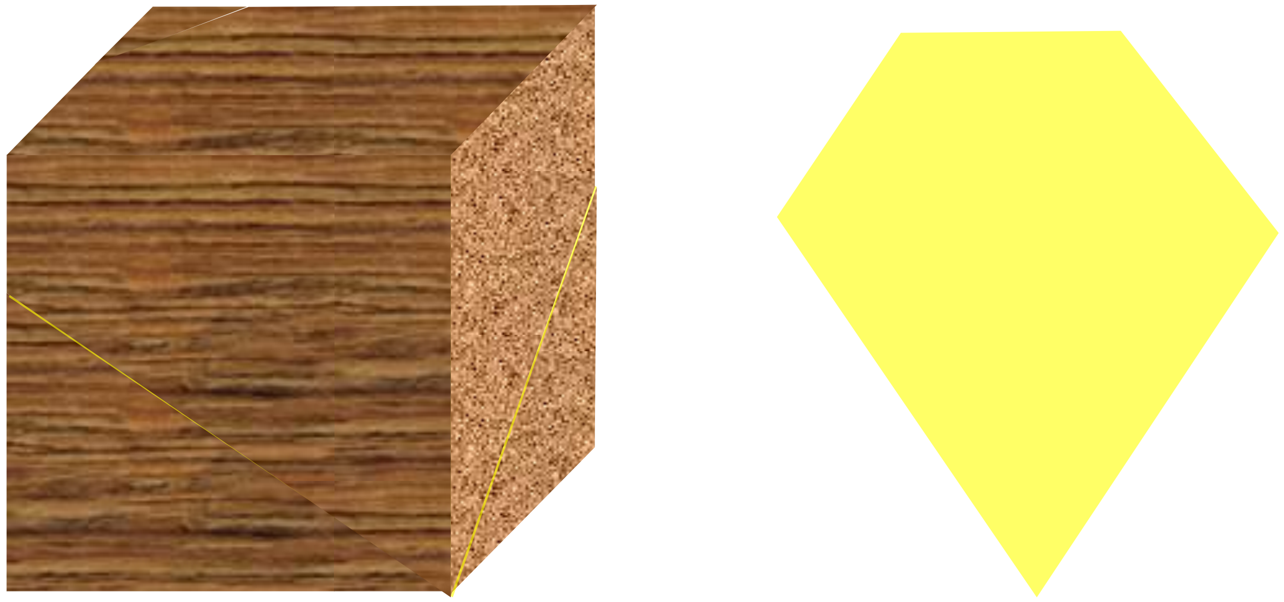


四边形截面：

菱形：



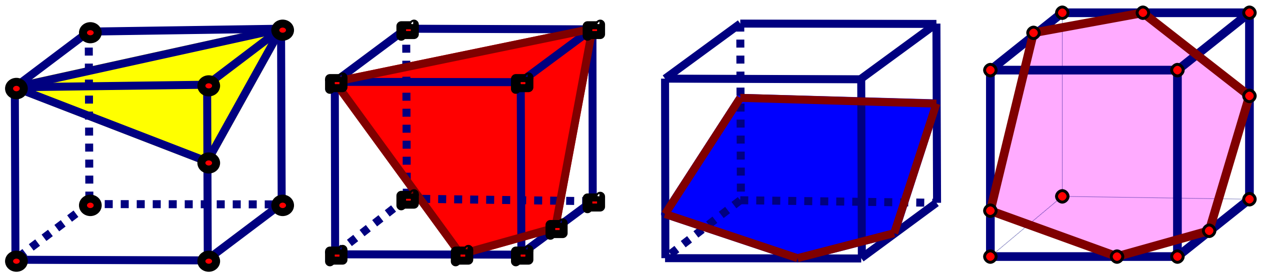
演示实验5：用一个平面截一个正方体，截面是**五边形**.



演示实验6：用一个平面截一个正方体，截面是六边形.

你知道吗?

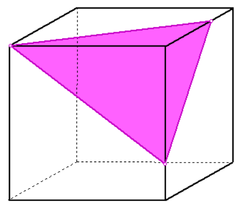
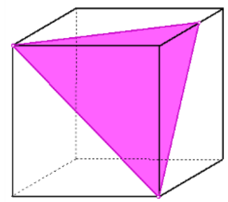
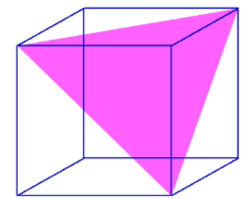
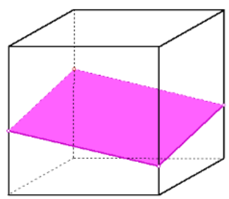
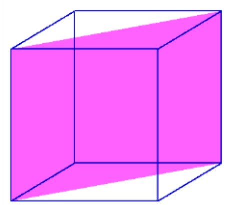
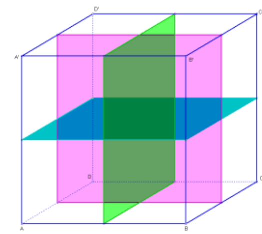
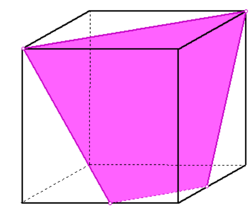
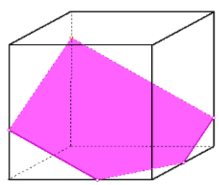
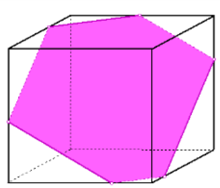
1.正方体的截面可以是三角形、四边形、五边形、六边形.



2.正方体的截面由平面与正方体各表面交线构成；一般的，截面和正方体的几个面相交就能得到几条交线，截面就是几边形.

所以正方体截面图形的边数n：$3\leqslant n\leqslant 6$

正方体截面形状小结

形状	特殊情形			
三角形		 等腰三角形	 等边三角形	
四边形	 平行四边形	 长方形	 正方形	 梯形
五边形				
六边形				

总结;截面的理论基础

(1)确定平面的条件:①不 共线的三点确定一个平面②两平行直线确定一个平面

(2)如果两个不重合的平面有一个公共点,那么两平面相交于过该点的一条直线.

(3)如果一条直线上的两个点在一个平面内,那么这条直线在此平面内.

(4)线面平行的性质定理:

如果一条直线平行于一个平面,过该直线的平面与已知平面相交,则该直线与交线平行(5)面面平行的性质定理:

如果两个平面平行,第三个平面与它们都相交,则两交线平行.

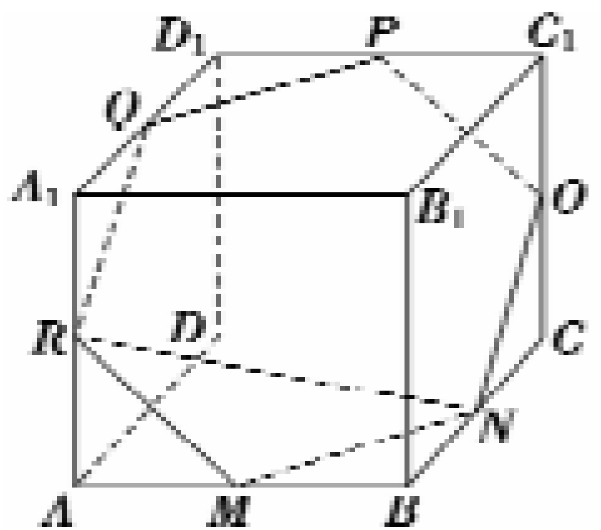
总结与提升:解决截面问题的一般操作步骤::---找截点---连截线----围截面

典例探究

例 1,已知 M、N、R 分别为边长为 2 的正方体的 ABCD- $A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AB、BC、AA_1 的中点,则过 M、N、R 三点的平面被正方体所截得的截面的面积是

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $12\sqrt{3}$

【解析】 如图所示,补全截面为正六边形 $MNOPQR$,由正方体棱长为 2 可知截面正六边形的边长为$\sqrt{2}$,故截面面积为 $6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times2=3\sqrt{3}$.



例2 在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为CC_1的中点，P、Q是正方体表面上相异两点，满足$BP\perp A_1E$，$BQ\perp A_1E$.

(1)若P、Q均在平面$A_1B_1C_1D_1$内，则PQ与BD的位置关系为________.

(2)所有P点形成的轨迹的周长为________.

【解析】 由$BP\perp A_1E$，$BQ\perp A_1E$，知A_1E垂直于过点B的截面. 截面一定过B、P、Q，易知$BD\perp A_1E$，所以$BD\subset$平面BPQ. 截面与B_1C_1交于F点，则$BF\perp A_1E$，所以在平面BCC_1B_1中$BF\perp B_1E$，所以点F为B_1C_1的中点，这样就把完整的截面找到. 取C_1D_1中点G，截面为$BDGF$.

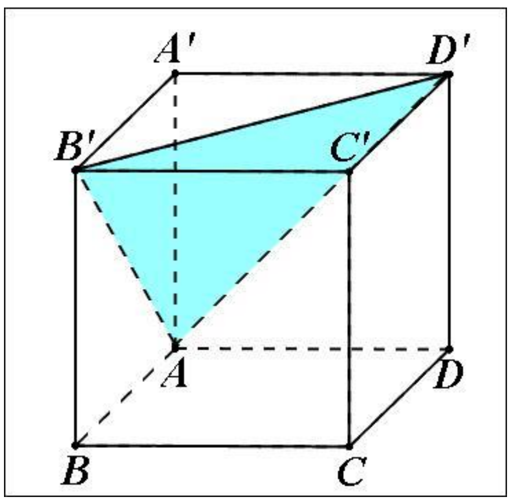
(1)若P、Q均在平面$A_1B_1C_1D_1$内，则P、Q在FG上，平行平面$ABCD$和平面$A_1B_1C_1D_1$被第三个平面$BDPQ$所截，截得交线平行，所以$PQ// BD$.

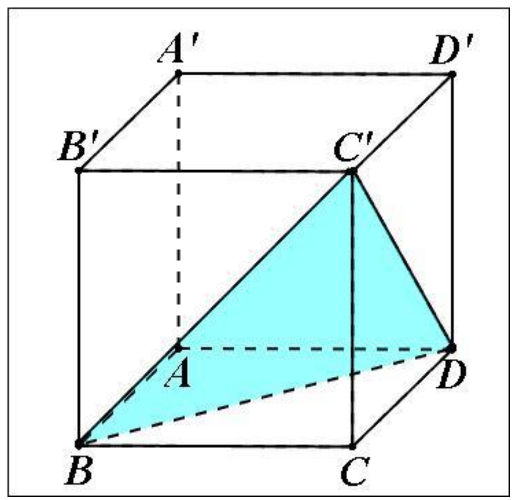
(2)P点形成的轨迹即为等腰梯形$BDPQ$，周长为$\frac{3\sqrt{2}}{2}+\sqrt{5}$.

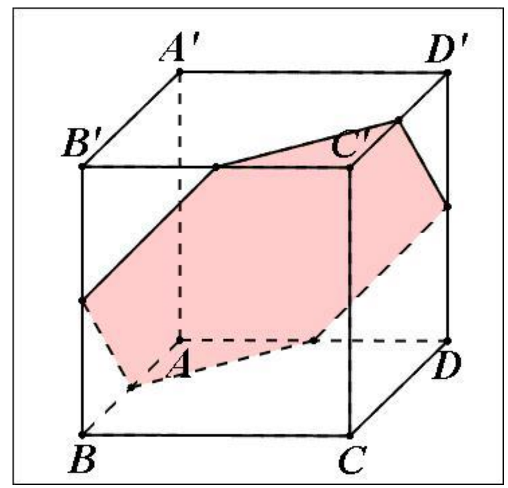
练习：已知正方体的ABCD- $A_1B_1C_1D_1$体积为1,点M在线段BC上(点M异于B、C两点),点N为线段的中点,若平面AMN截 正方体所得的截面为正方形,则线段BM的取值范围为________

(2018 理 12).已知正方体的棱长为1，每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等，则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$







想一想

1.正方体中能用几个平面截出正四面体，正八面体呢？

2.求正方体最大面积的截面三角形、截面四边形，以及最大面积的截面形状。

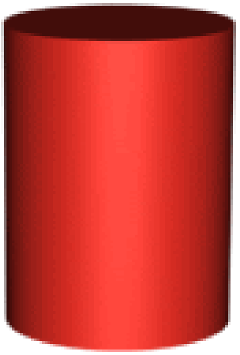
“正方体截面的形状”课题学习报告

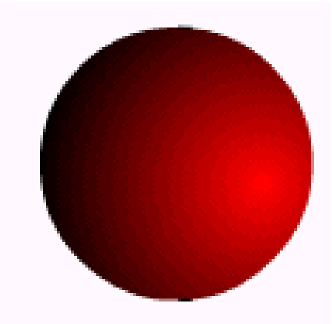
____年级____班 完成时间_________

课题名称	
研究的简要过程和方法，相关信息及参考文献的来源和出处等	
初步、结论（写明所得结论的性质，如由实验观察得到、猜想、已证、能证、待证、已构造出、已找到实例等）	
发现的新问题、可拓展的、相关的问题	
课题探究的自我评价	
课题学习的反思和体会	

直观想象中的截面问题

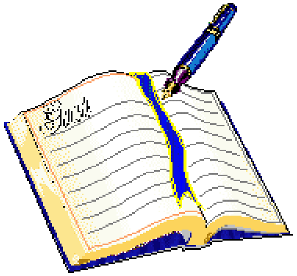
--------第二课时圆柱、圆锥和球体的截面问题





练一练

用平面去截一个几何体，如果截面是圆面，你能想像出原来几何体可能是什么吗？



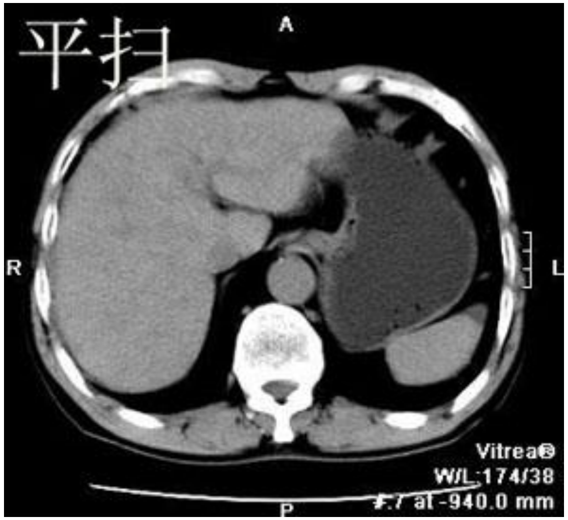
你知道CT吗？

读

一

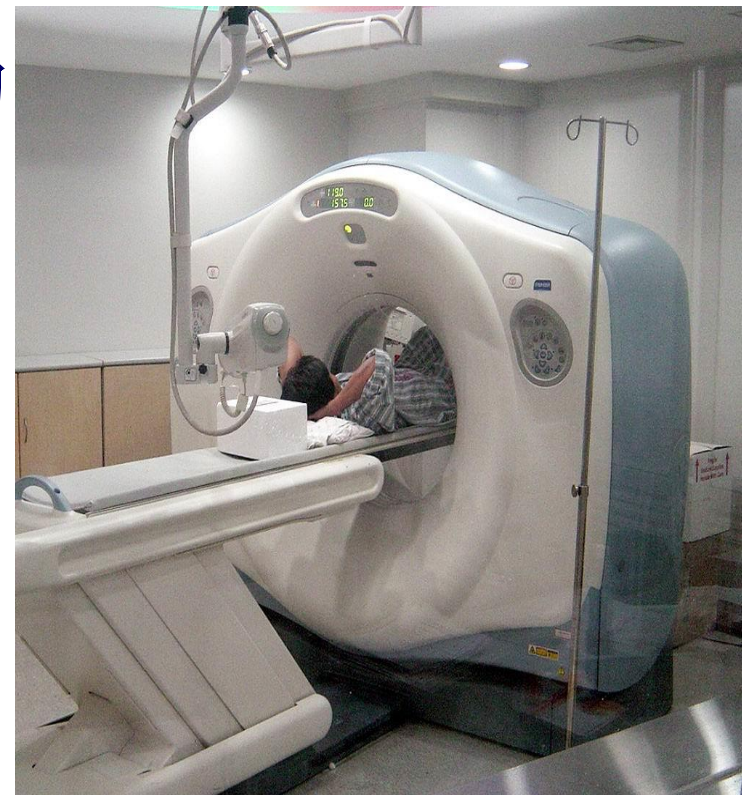
读

拓展



CT技术的发明人A. M. 柯马赫 和 G. N. 洪斯菲尔德爵士因此获1979年诺贝尔医学奖.

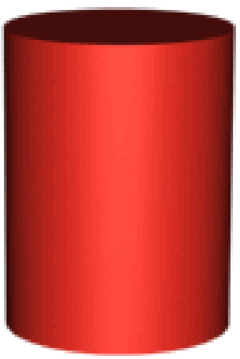
CT技术以射线作为无形的刀按照医生选定的方向，对病人的病灶作一系列平行的截面，通过截面图像的解读，医生可以比较精确地得出病灶大小和位置.

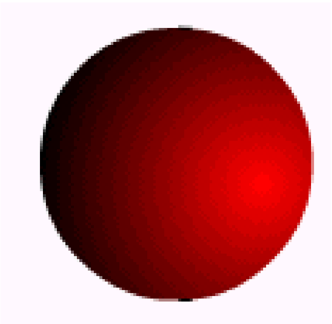


CT已经成为各大中医院必备的检查设备.

直观想象中的截面问题

-------第二课时圆柱、圆锥和球体的截面问题





教学目标：

1在掌握正方体的截面的基础上,进一步掌握圆柱、圆锥和球体的截面问题.通过典型例题,巩固解决截面问题的一般操作步骤.

2,经历自主动手探究,,能熟练掌握基本的圆柱、圆锥的轴截面,

3,能熟练掌握球的截面,明确过球心的截面为大圆,球心与截面圆心的连线与截面圆垂直.

4，通过作出直观图,将空间问题转化为平面几何问题,培养学生的空间想象能力.

5，培养学生数学抽象，直观想象，数学建模，逻辑推理的数学素养.

一:基本概念

轴截面:过旋转体的轴作截面,叫做轴截面.轴截面体现很多旋转体的特征,比如圆锥的轴截面是以圆锥底面圆的直径为底边,以圆锥的母线为腰的等腰三角形.

中截面:过多面体侧棱的中点做截面,或过旋转体母线的中点作截面,叫做中截面.

中截面体现出很多等比特征,求对应线段长度比、对应图像表面积比或体积比等是常见题型.

二：圆柱的截面

[情景创设]在一个密闭透明的圆柱桶内装一定体积的水.

(1)将圆柱桶分别竖直、水平、倾斜放置时,指出圆柱桶内的水平面可能呈现出的所有几何形状,画出直观示意图.(2)参考下图对上述结论给出证明.

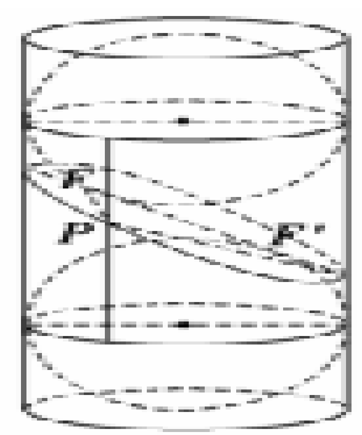
回顾课程标准中相关内容要求:利用实物、计算机软件等观察空间图形,认识柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征,能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.考察直观想象素养.

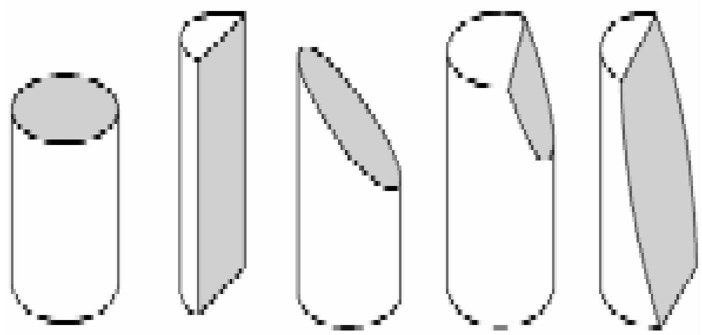
二：圆柱的截面

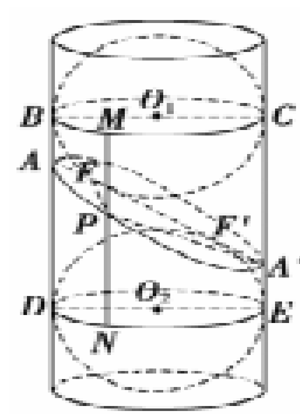
[情景创设]在一个密闭透明的圆柱桶内装一定体积的水.

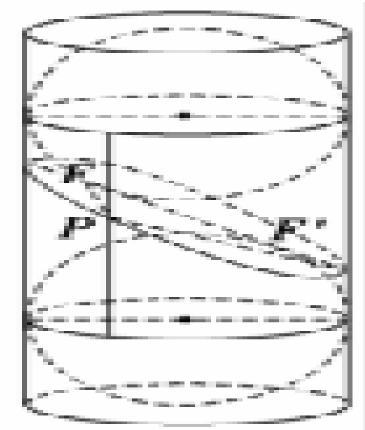
(1)将圆柱桶分别竖直、水平、倾斜放置时,指出圆柱桶内的水平面可能呈现出的所有几何形状,画出直观示意图.(2)参考下图对上述结论给出证明.

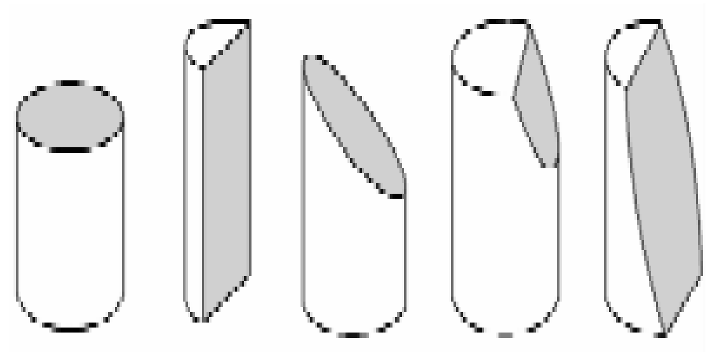
回顾课程标准中相关内容要求:利用实物、计算机软件等观察空间图形,认识柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征,能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.考察直观想象素养.

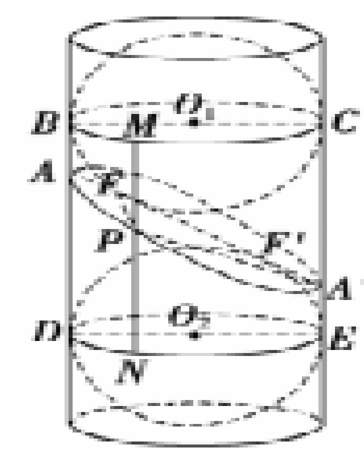










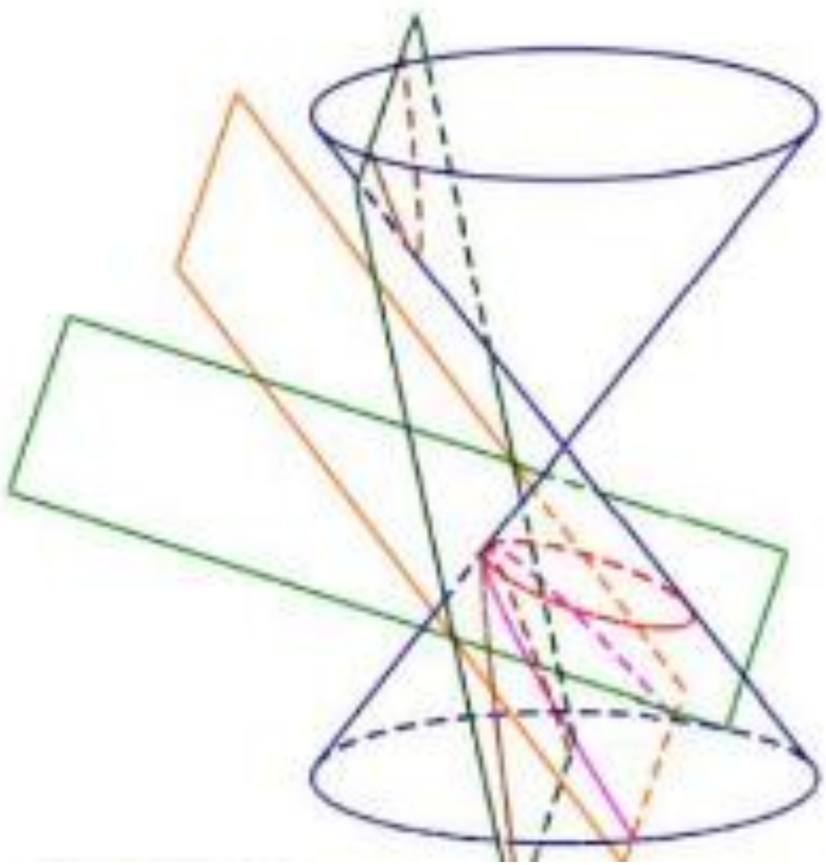


(1)圆柱桶竖直放置时,水平面为圆面;水平放置时,水平面为矩形面.倾斜放置时,水平面为椭圆面或者部分椭圆面,可能呈现的所有类型的几何图形,如上图所示.

(2)圆柱桶竖直放置时,水平面相当于平行于底面的截面,因此水平面是圆面.圆柱桶水平放置时,水平面与圆柱侧面的两条交线是圆柱的母线,它们平行且相等,且垂直于水平面与圆柱底面的两条交线,所以水平面是矩形面.圆柱桶倾斜放置时,水平面相当于用平面斜截圆柱时所得到的截面.如右上图所示,在水面上与水面下理想存在两个和水面相切的球O_1与球O_2.上下两球与截面和圆柱侧面均相切,两球面与圆柱侧面分别相切于以BC,DE为直径且平行于圆柱底面的大圆O_1与O_2,两球面与斜截面分别相切于点F和F',斜截面与BD,CE分别交于点A和 A',P为所得截面边缘上一点(即斜截面与圆柱侧面交线上一点).设过点P的圆柱的母线与圆分别交于点M和N,则PM和PN分别是两球面的一条交线.由于PM和PF是同一个球面的切线,故PM=PN,同理PN=P F'
,于是有PF+P F'=PM+PN =MN 为定值.即点P到F和F'距离之和为定值,满足了椭圆的定义,所以这时的截面是椭圆面.

三:圆锥的截面

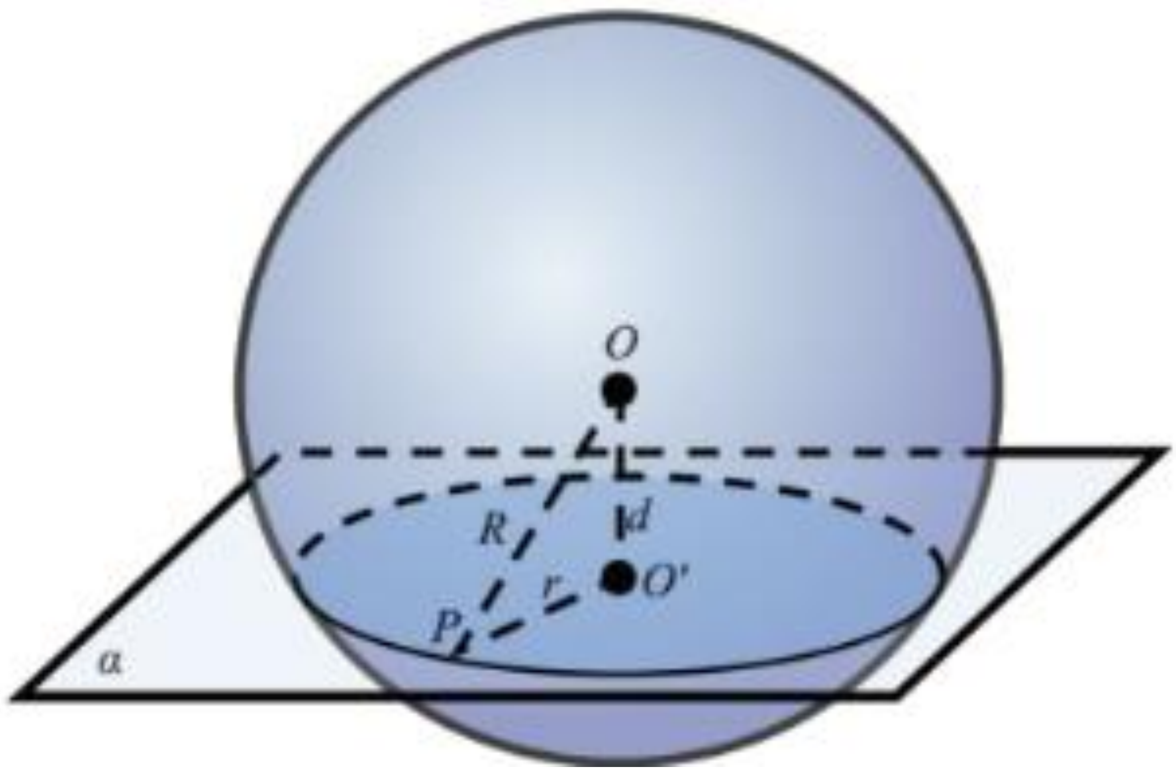
古希腊书写家阿波罗尼斯采用平面切割圆锥的方法来研究曲线,如下图①,用一个不垂直与圆锥的轴的平面截圆锥,当圆锥与截面所成的角不同时,可以得到不同的截口曲线,它们分别是椭圆、抛物线和双曲线.



四;球的截面:

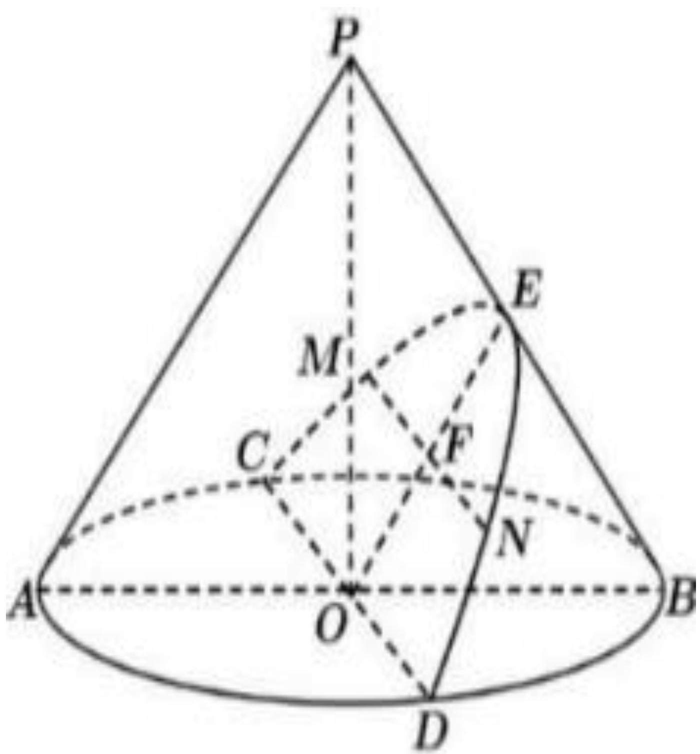
用一个平面去截球,得到截面是圆面. 如图

球 心 O 与 截 面 圆 心 O/： OO/ ⊥ 截 面 圆 , 且 满 足 $R^2 = d^2 + OO'^2$

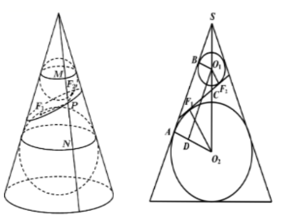


[典型例题]

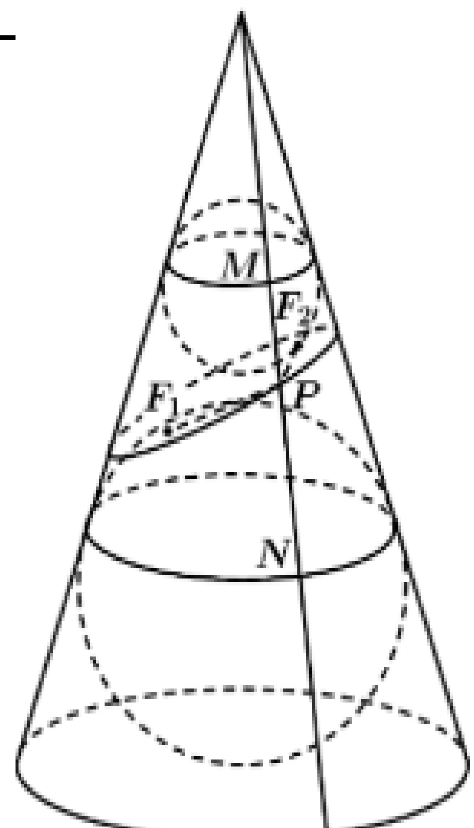
例1如下图,在底面半径和高均为1的圆锥中,AB、CD是地面圆O的两条互相垂直的直径,E是母线PB的中点,F是线段EO的中点,已知过CD与E的平面与圆锥侧面的交线是以E为顶点的圆锥曲线的一部分,则该曲线为________,M,N是该曲线上的两点,且MN//CD,若MN经过点F,则MN=________



【答案】抛物线，$\sqrt{2}$



例2如图,用一个平面去截圆锥,得到的截口曲线是椭圆,在圆锥内部放两个大小不同的球,使得它们分别与圆锥的侧面相切,椭圆截面与两球相切于椭圆的两个焦点F_1,F_2.过椭圆上一点P作圆锥的母线,分别与两球相切于点M,N.由球和圆的几何性质可知,$PN=PF_1$,$PM=PF_2$.已知两球的半径分别为1和3,椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,则两球心的距离为__________



作出圆锥的轴截面如图所示，圆锥面与两球 O_1,O_2 相切于 B,A 两点，则 $O_1B\perp AB$，$O_2A\perp AB$，过 O_1 作 $O_1D\perp O_2A$，垂足为 D，连接 O_1F_2，O_2F_1，设 F_1F_2 与 OO_1 交于点 C，设两球的球心距离为 $O_1O_2=d$

所以 $AB=O_1D=\sqrt{d^2-4}$；

由已知条件 $PN=PF_1$，$PM=PF_2$ 知：

$PM+PN=PF_1+PF_2=2a$，即轴截面中 $AB=2a$

也即 $2a=\sqrt{d^2-4}$ ①

又因为 ΔF_1O_2C 相似于 ΔF_2O_1C

所以 $\dfrac{CO_2}{CO_1}=\dfrac{CF_1}{CF_2}=\dfrac{O_2F_1}{O_1F_2}=3$，所以：$CO_1=\dfrac{d}{4}$

所以 $CF_2=\sqrt{CO_1^2-1}=\dfrac{\sqrt{d^2-16}}{4}\Rightarrow$

在 $Rt\Delta O_1O_2D$ 中 $DO_2=AO_2-BO_1=3-1=2$

$F_1F_2=4CF_2=\sqrt{d^2-16}=2c$ ②；

结合①②得 $e=\dfrac{F_1F_2}{AB}==\dfrac{\sqrt{d^2-16}}{\sqrt{d^2-4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得：$d=2\sqrt{7}$

谢　谢